



**NASKAH SOAL
OLIMPIADE SAINS NASIONAL GURU
TINGKAT PROVINSI TAHUN 2011**

BIDANG STUDI MATEMATIKA

**RABU, 20 JULI 2011
WAKTU 180 MENIT**

**BADAN PENGEMBANGAN SUMBER DAYA MANUSIA PENDIDIKAN
DAN PENJAMINAN MUTU PENDIDIKAN**

KEMENTERIAN PENDIDIKAN NASIONAL

**SELEKSI OLIMPIADE SAINS NASIONAL GURU
MATEMATIKA SMA TINGKAT PROVINSI
TAHUN 2011**

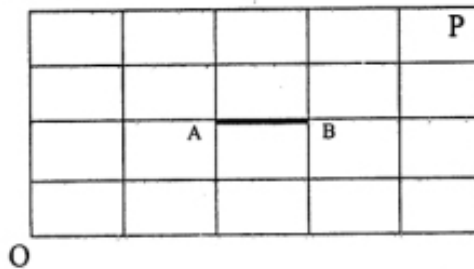


Petunjuk pengerjaan soal

1. Soal terdiri atas dua bagian. Bagian pertama memuat 20 soal isian singkat, dan bagian kedua memuat 5 soal uraian proses pemecahan masalah dalam pembelajaran matematika.
2. Bobot setiap soal, baik soal isian singkat maupun soal uraian adalah sama.
3. Waktu yang disediakan untuk mengerjakan kedua bagian soal itu adalah 180 menit.
4. Tuliskan nama dan asal sekolah pada lembar jawaban.
5. Tuliskan jawaban hanya dari soal atau pertanyaan yang diberikan.
6. Selama mengerjakan soal tidak diperkenankan bekerja sama dan juga tidak menggunakan buku, catatan, atau alat bantu hitung.
7. Jawaban dari masing-masing soal tidak diperkenankan menggunakan pensil.
8. Selamat bekerja

Bagian Pertama

1. Diketahui suatu barisan bilangan riil U_n yang memenuhi $U_{n+2} = 2U_{n+1} + U_n$, dimana $U_3 = 9$ dan $U_6 = 128$. $U_5 = \dots$
2. Jika \vec{u} dan \vec{v} vektor sehingga $\|\vec{u} + \vec{v}\| = 3$ dan $\|\vec{u} - \vec{v}\| = 5$, maka $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots$
3. Diberikan gambar berikut:



- Banyaknya rute terpendek dari titik O ke P yang tidak melalui ruas garis AB adalah ...
4. Segitiga ABC memiliki titik sudut $A = (2,0)$, $B = (0,2)$ dan C, dimana C berada pada garis $x + y = 5$. Luas segitiga ABC yang terbesar adalah ...
 5. Wati memiliki dua orang kakak laki-laki yang kembar. Wati berumur a tahun dan kakak laki-lakinya berumur b tahun, dimana a dan b adalah bilangan bulat. Hasil perkalian ketiga umur mereka adalah 128. Jumlah ketiga umur mereka adalah ...
 6. Banyaknya segitiga siku-siku yang memiliki sisi tegak a , b dan sisi miring $b + 1$, dimana a , b adalah bilangan bulat dan $b < 100$, adalah ...
 7. Misalkan diberikan fungsi $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dengan $f(1) = 1$ dan untuk sebarang $x \in \mathbb{R}$ memenuhi $f(x + 5) \geq f(x) + 5$ dan $f(x + 1) \leq f(x) + 1$. Jika $g(x) = f(x) - x + 1$ maka $g(2011)$ adalah ...
 8. Banyaknya nilai a yang memenuhi $\int_{-1}^a 3x^2 - 3 dx = -4$ adalah ...
 9. Misalkan a, b, c, d bilangan asli sehingga $\log_a b = \frac{3}{2}$ dan $\log_c d = \frac{5}{4}$. Jika $a - c = 9$ maka $b - d = \dots$
 10. Jika a dan b bilangan asli dan $\sqrt{12 + \sqrt{140}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$, maka nilai $a \times b$ adalah ...
 11. Nilai dari

$$\log \tan 1^\circ + \log \tan 2^\circ + \log \tan 3^\circ + \dots + \log \tan 89^\circ$$

adalah ...

12. $a, b, 2011$ adalah sebuah barisan dengan a dan b adalah bilangan bulat positif dan $a < b < 2011$. Jika setiap suku dikurangi dengan dua, maka barisan tersebut menjadi barisan geometri dengan rasio bilangan bulat. Nilai a adalah ...
13. Sukubanyak $p(x) = x^7 + ax^6 + bx^5 + cx^4 + dx^3 + ex^2 + fx + g$ mempunyai tujuh akar real berbeda dan salah satunya adalah 0. Koefisien yang tidak boleh nol adalah ...
- 14.

		4		
1	2	32	16	
		8		

- Tigadadu dibentuk dengan pola seperti gambar di atas. Jika ketiga dadu tersebut ditumpuk di atas sebuah meja sedemikian sehingga satu dadu berada di atas dadu lainnya, maka jumlah maksimum dari angka-angka yang dapat terlihat adalah ...
15. Barisan naik 1, 3, 4, 9, 10, 12, 13, ... terdiri dari bilangan-bilangan asli perpangkatan dari 3 atau jumlah dari perpangkatan 3 yang berbeda. Suku ke-2011 barisan itu adalah ...
16. Misalkan m dan n bilangan asli yang memenuhi $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{4}{7}$. Nilai $m + n$ adalah ...
17. Untuk bilangan riil a dan b didefinisikan $a \ \$ \ b = (a - b)^2$. Bentuk sederhana dari $(x - y)^2 \ \$ \ (y - x)^2$ adalah ...
18. Jika $50^0 + 50^1 + 50^2 + 50^3 + \dots + 50^{2011}$ dibagi oleh 7, maka sisanya adalah ...
19. Volume sebuah kubus yang memiliki luas permukaan dua kali lebih luas dari luas permukaan kubus yang memiliki volume satu satuan adalah ...
20. Jika bilangan real x dan y memenuhi $(x + 5)^2 + (y - 12)^2 = 14^2$, maka nilai minimum $x^2 + y^2$ adalah ...

Bagian kedua

A. Persamaan kuadrat

$$x^2 - (2a + 1)x + a(a - 1) = 0$$

mempunyai dua akar real $x_1 \leq -1$ dan $x_2 \geq 1$.

21. Apakah nilai dari diskriminan $D \geq 0$ dan $x_1 \cdot x_2 < 0$ perlu dan cukup untuk menentukan nilai a yang memenuhi persamaan dengan akar-akar tersebut? Mengapa?
22. Jika tidak, tuliskan kondisi (persyaratan) yang harus dimiliki agar nilai a dapat ditentukan untuk akar-akar tersebut? **Catatan:** Saudara tidak perlu menentukan nilai a .

B. Perhatikan persamaan:

$$|x - 1| - 3|x + 1| + |x - 2| = a.$$

Untuk mencari nilai a agar persamaan itu memiliki penyelesaian dapat dilakukan dengan menggambar grafik

$$y = f(x) = |x - 1| - 3|x + 1| + |x - 2|.$$

23. Gambar sketsa grafik fungsi f !
24. Dengan menggunakan sketsa grafik yang telah Saudara buat, tentukan nilai a agar persamaan itu memiliki paling sedikit satu penyelesaian untuk x .
- C. Misalkan N adalah bilangan bulat positif, dan N^* menyatakan bilangan bulat yang diperoleh dari menjumlahkan bilangan N dengan semua angkanya. Sebagai contoh: $5^* = 10$, $86^* = 100$, $977^* = 1000$, dan $9968^* = 10.000$. Untuk menentukan bilangan bulat N sehingga $N^* = 1.000.000$, perhatikan proses pencarian berikut ini:
- N memiliki paling banyak enam angka, sehingga jumlahnya paling besar 54.
 - Misalkan $N = 999.9ab$ dengan a dan b adalah dua angka terakhir, dan $N \geq 999.946$
 - $1.000.000 = N^* = (999.900 + 10a + b) + (36 + a + b)$ atau $11a + 2b = 64$.
 - Kita memperoleh $46 \leq 11a \leq 64$ atau $46/11 \leq a \leq 64/11$
 - Nilai $a = 5$ dan $b = 9/2$
25. Tuliskan pernyataan yang salah atau buat suatu kesimpulan dari proses pencarian bilangan bulat N di atas!

Nama:

Sekolah:

Lembar Jawaban Matematika OSP Guru 2011

Bagian Pertama

1.	11.
2.	12.
3.	13.
4.	14.
5.	15.
6.	16.
7.	17.
8.	18.
9.	19.
10.	20.

Nama:

Sekolah:

Bagian Kedua

21.
22.
23.
24.
25.